1. ¿Qué hace que las matemáticas sean difícil de aprender?

Un ensayo de **Marvin Minsky**

16 de febrero del 2008

Esta es la primera de varias notas acerca de cómo las computadoras pueden ayudar a avanzar en el desarrollo de la educación de nuestros hijos.

¿Por qué algunos niños encuentran que es difícil aprender matemáticas? Sospecho que esto es a menudo causado por empezar con la práctica y repetición de un grupo de habilidades llamado Aritmética, y en lugar de promover la creatividad, nos enfocamos en la prevención de errores. Sospecho que este énfasis negativo lleva a muchos niños no sólo a que no les guste la aritmética, sino también a que más tarde se conviertan en enemigos de todo lo que huele a tecnología. Incluso podría llevar a una aversión a largo plazo para el uso de representaciones simbólicas.

Anécdota: Un padre me pidió ser tutor de un alumno que presentaba dificultades para aprender las tablas de multiplicar. Cuando el niño se quejó de que esto era difícil, traté de explicarle que esto no era un trabajo difícil, porque hay menos de 50 hechos de aprender (porque AxB = BxA).

 **2 3 4 5 6 7 8 9**

2 4 6 8 10 12 14 16 18

3 6 9 12 15 18 21 24 27

4 8 12 16 20 24 28 32 36

5 10 15 20 25 30 35 40 45

6 12 18 24 30 36 42 48 54

7 14 21 28 35 42 49 56 63

8 16 24 32 40 48 56 64 72

9 18 27 36 45 54 63 72 81

**2 3 4 5 6 7 8 9**

2 4

3 6 9

4 8 12 16

5 10 15 20 25

6 12 18 24 30 36

7 14 21 28 35 42 49

8 16 24 32 40 48 56 64

9 18 27 36 45 54 63 72 81

Sin embargo, el niño había presentado una queja a gran escala: "El año pasado tuve que aprender la tabla de sumar y fue muy aburrido. Este año tengo que aprender otra, más difícil aún, y me imagino que si la aprendo entonces el año que viene habrá otra, y nunca habrá un fin a este disparate estúpido. Este niño imaginó que las “Matemáticas " son una cadena continua de tareas mecánicas-una perspectiva sin fin de práctica y repetición. Fue difícil convencerlo de que no habría más tablas en los años siguientes.

Para lidiar con el problema inmediato, hice un juego de "tarjetas de memoria", cada una de los cuales mostraban dos dígitos en el frente y el producto en el revés. El proceso consistía en adivinar cada respuesta y, si fuera correcta, entonces uno elimina esa carta del grupo. Esto hizo que la tarea fuera más como un juego en el que uno puede literalmente sentir el progreso de uno como el tamaño y el peso del grupo de tarjetas disminuye. Pronto el niño emocionado dijo: "Este grupo de tarjetas es una máquina de enseñar muy inteligente! Se recuerda cuales productos he aprendido, y luego sólo pide los que no sé, por lo que me salva de perder un montón de tiempo!"

Sin embargo, un problema más grave es que este niño no tenía una buena imagen, o "mapa cognitivo" de lo que podría resultar de aprender este tema. ¿Qué función podrían ofrecerme las Matemáticas en los próximos años? ¿Qué metas y ambiciones me podrían ayudar a realizar?

Anécdota: Le pregunté a un niño pequeño "la cantidad es de 15 y 15" y ella respondió rápidamente "creo que es 30", le pregunté cómo descubrió eso tan rápido y ella respondió: "Bueno, todos saben que 16 y 16 es 32, y luego resté los 1 extras”.

Profesor tradicional: "Su respuesta es correcta, pero su método es incorrecto: debe agregar los dos 5 para hacer un 10, a continuación, escribir un 0 y llevarse el 1, y luego agregarlo a los otros dos 1s" [Nota de que el método del niño no está mal, y no es una aproximación.] El tradicional énfasis en la precisión conduce a la debilidad de la capacidad de hacer estimaciones del orden de las magnitudes, mientras que esta niña ya sabía y podía usar los poderes suficientes de 2 a hacer aproximaciones que rivalizaba algunas de las habilidades de un adulto. ¿Por qué deben los niños aprender solo aritmética de "punto fijo", cuando el pensamiento de "punto flotante" es lo mejor para los problemas de la vida cotidiana! En términos más generales, tenemos que saber más acerca de cómo cada niño considera cada tema. Cómo podría responder a preguntas como: "¿Qué estoy haciendo aquí, y por qué? "¿Qué puedo esperar a que suceda ahora?" "¿Dónde y cuándo soy propensos a usar esto?

* 1. Los estudiantes necesitan mapas cognitivos de sus asignaturas

Hasta el siglo 20, las matemáticas se componían principalmente de aritmética, geometría, álgebra y cálculo, luego la lógica y la topología comenzaron a crecer rápidamente. A continuación, la década de 1950 vio una gran explosión de nuevas ideas sobre la naturaleza de la computación -ideas que ahora son tan indispensables que nuestro plan de estudios de la escuela primaria está desactualizado por un siglo.

Hoy en día, nuestros nuevos conceptos computacionales se han vuelto tan útiles y poderosos que deberíamos comenzar a enseñarlos en años anteriores. Solemos pensar que la aritmética es un tema en sí mismo. Pero también podemos pensar en él, en cambio, como sólo un montón de algoritmos, lo que sugiere que podríamos comenzar con los más simples e interesantes!

Por ejemplo, si miramos mi libro sobre Computación, verá muchos de los conceptos que se aplican a rangos muy amplios de fenómenos, sin embargo, en las primeras cien páginas de ese libro, prácticamente encontrará cero aritmética. Por ejemplo, podríamos enganchar las mentes de nuestros hijos temprano con algunas teorías sobre las Máquinas de Estado Finito, y esto les daría formas útiles de pensar acerca de los programas que crean con las computadoras de bajo costo que ahora poseen. Idiomas como Logo y Scratch pueden ayudar a los niños a experimentar con la geometría, la física, las matemáticas y la lingüística-y luego hacer sistemas prácticos que sus comunidades puedan desarrollar y compartir.

Para la **Geometría**, podemos hacer programas interactivos gráficos que pueden llevar a los niños pequeños a observar y explorar diferentes tipos de simetrías y así empezar a comprender las ideas de mayor nivel que los matemáticos llaman "La Teoría de Grupos", que puede ser visto como una base para la aritmética, pero además podría ayudar a comprender muchos aspectos de otras asignaturas.

Para **Física**, los niños pueden tener acceso a los programas que simulan la dinámica de las estructuras, y así familiarizarse con conceptos tan importantes como el estrés y la tensión, aceleración, fuerza, energía y la vibración, la amortiguación y la escala dimensional.

En cualquier caso, tenemos que proporcionar a nuestros niños con mejores mapas cognitivos de los temas que queremos que aprendan. Le pregunté a varios profesores de la escuela primaria-con qué frecuencia utilizan realmente la división larga. Uno de ellos dijo: "Yo lo uso todos los años para calcular la nota media." Otro afirmó que lo han utilizado para hacer el seguimiento de las transacciones financieras (pero no podía recordar un ejemplo específico), y ninguno parecía tener mapas adecuados de las matemáticas como una actividad potencialmente para toda la vida. Aquí un ejemplo sencillo pero llamativo de un caso en que el niño carecía de un mapa cognitivo:

Un niño fue enviado a mí, porque estaba fallando en la clase de geometría, y me dio la siguiente excusa: "Debo de haber estado ausente el día en que explicaron cómo probar un teorema".

No es de extrañar que este niño estuviera confundido, y parecía sorprendido y aliviado cuando le expliqué que no había manera estándar para hacer pruebas, y que "hay que averiguarlo por sí mismo". Se podría decir que este niño simplemente no se le informó de las reglas del juego que se le pidió jugar. Sin embargo, este es un caso muy particular en el que la 'regla' es que no hay reglas! (De hecho, los demostradores de teorema- automáticos existen, pero yo no recomendaría su uso.)

* 1. Trayendo las matemáticas a la Vida

¿Qué es matemática, de todos modos? Una vez estaba en un aula donde algunos niños estaban escribiendo programas de LOGO. Uno de estos programas consistía en hacer crecer flores de colores en la pantalla, y alguien le preguntó si el programa estaba usando matemáticas. El niño respondió: "Oh, las matemáticas no son nada especial: es simplemente la manera más inteligente para entender las cosas."

Aquí unos tipos de preguntas que los alumnos deberían preguntar acerca de los conceptos matemáticos que les pedimos que aprendan:

**Geometría**: ¿Por qué son congruentes dos triángulos, cuando sus lados correspondientes son iguales? Respuesta: un triángulo tiene sólo 3 grados de libertad, lo que significa que no hay manera de cambiar sus formas una vez que las longitudes son limitadas. Y es por eso que las estructuras construidas con triángulos son tan fuertes! Todos vivimos en un mundo 3-D, pero pocas personas aprenden buenas maneras de pensar acerca de objetos 3-D. ¿Debería esto ser visto como una desventaja? ¿De cuántas maneras diferentes puedes pintar 6 colores en las caras de un cubo? ¿Puedes imaginar cómo hacer un cubo usando tres objetos idénticos de 5 caras? Sabemos que los guantes vienen en dos formas, para la mano izquierda y para la derecha, pero ¿por qué hay sólo dos versiones?

**Aritmética**: ¿Por qué es única la factorización de números primos? Pocos profesores de secundaria son capaces de probar esto! ¿Cómo lleva la recursividad a la exponenciación? ¿Cómo crecen las poblaciones? ¿Cómo crecen los órganos animales? ¿Por qué el "interés compuesto" tiende a agregar más dígitos a un ritmo constante?

**Lógica**: Si la mayoría de los A son B, y la mayoría de los B son C, esto implica que algunos de los A también debe ser C? (La mayoría dice que sí, pero la respuesta es no) Todos tratamos de utilizar argumentos lógicos, pero también debemos aprender de los errores más comunes. ¿Es posible que cuando el señor Smith se mudó de la Compañía A hasta Compañía B, esto aumentó el coeficiente intelectual de ambas instituciones?

**Estadísticas**: Incluso un conocimiento básico de las matemáticas puede ayudar a acercarse a otros campos y áreas, y pocos temas matemáticos rivalizan con Estadísticas en la gama de sus aplicaciones cotidianas. ¿Cómo se acumulan los efectos? ¿Qué tipo de conocimientos y experiencias podría ayudar a los niños a hacer mejor generalizaciones? ¿Cómo se debe evaluar la evidencia? ¿Cuál es la diferencia entre correlación y causa? ¿Cuáles son las formas más comunes de parcialidad- y por qué hay que ser escépticos de anécdotas? ¿Cuáles son los tipos más comunes de errores, como Post Hoc vs Propter Hoc?

En particular, me parece, que se debe tratar de conseguir que los niños aprendan el uso del método "T-test", que es una prueba estadística simple, pero que sirve para variedad enorme de situaciones. También deben entender las raíces cuadradas para evaluar las variaciones. Ejemplo: Los resultados de Baloncesto con frecuencia no son estadísticamente significativos!

**Combinatoria**: Tenga en cuenta que, cuando enseñamos acerca de la democracia, pocos alumnos llegan a identificarla, en un sistema de votación electoral universitario, una minoría del 26% puede ganar una elección, y si hay dos niveles de este tipo, entonces una simple minoría del 7% podría ganar! ¿Cómo funcionan las ciencias económicas? ¿En qué momento debemos tratar de enseñar al menos los aspectos más simples de la teoría moderna de los Juegos?

**Álgebra abstracta y Topología**: Estos son considerados como muy avanzados, incluso de postgrado. Sin embargo, hay muchos fenómenos que son difíciles de describir si no se tiene acceso a esas ideas, como puntos fijos, las simetrías, las singularidades, y otras características de las trayectorias de dinámica, todos los cuales aparecen en muchos fenómenos del mundo real. Cada sociedad grande es una organización compleja que sólo pueden describirse mediante el uso de representaciones en diferentes niveles de abstracción, por ejemplo, en términos de persona, familia, pueblo, ciudad, país y de todo el mundo, la economía y "matemáticas superiores" tiene muchos conceptos que podrían ayudar a comprender mejor estas estructuras.

¿Cómo podemos animar a los niños a inventar y llevar a cabo procesos más elaborados en sus cabezas? Los maestros a menudo insisten en que los alumnos deben "mostrar su trabajo", lo que significa para ellos ", escribir cada paso." Esto es conveniente para la toma de notas, así como para el diagnóstico de errores, pero sospecho que este enfoque de "escribir las cosas" podría dar lugar a lentitud mental y torpeza, al desalentar a los alumnos de tratar de aprender a realizar los procesos dentro de sus cabezas-para que puedan utilizar el pensamiento matemático en "tiempo real". No es meramente una cuestión de velocidad, sino de ser capaz de tener en cuenta un conjunto adecuado de las metas alternativas y ser capaz de cambiar rápidamente entre diferentes estrategias y representaciones. Esto sugiere que OLPC debe promover el desarrollo de programas que ayudan a los alumnos a mejorar su memoria de trabajo, y para perfeccionar las formas que representan las cosas en su mente.

* 1. El lenguaje empobrecido de la Escuela de Matemáticas.

Hay algo peculiar en la forma en que enseñamos matemáticas. Si nos fijamos en cada materia en la escuela primaria de la escuela Historia, Inglés, Estudios Sociales, etc - se verá que cada alumno aprende cientos de palabras nuevas en cada plazo. Podrá conocer los nombres de muchos países y organizaciones, los nombres de los líderes y las batallas y las guerras, los nombres de muchos autores y libros, miles de palabras nuevas cada año.

Sin embargo, en el caso de la escuela de matemáticas, el vocabulario es muy pequeño. Los niños aprenden los nombres de varios objetos y procesos, tales como suma, multiplicación, fracciones, cociente, divisor, rectángulo, paralelogramo, y el cilindro, la ecuación, variable, función y gráfica. Sin embargo, aprenden sólo unos pocos en cada término por año, lo que significa que, en matemáticas, nuestros niños están mentalmente muertos de hambre, por tener que vivir en un "desierto lingüístico." Realmente es difícil pensar en algo hasta que uno se entera de términos suficientes para expresar las ideas en esa materia. En concreto, no es suficiente para aprender los nombres, pero también se necesitan adjetivos adecuados! ¿Cuál es la palabra adecuada cuando se debe usar la suma? Es cuando un fenómeno es lineal. ¿Cuál es la palabra adecuada cuando se debe usar la multiplicación? Eso es cuando algo es cuadrática o bilineal. ¿Cómo describir los procesos que cambian de repente o poco a poco: se necesita términos como discretos y continuos. Para hablar acerca de las similitudes, se necesitan términos como isomorfos y homotópica. Nuestros hijos necesitan una mejor forma de hablar, no sólo la aritmética y la geometría, sino también los vocabularios de las ideas que uno tiene que pensar en las estadísticas, la lógica y la topología. Esto sugiere una oportunidad para la comunidad de los niños de OLPC: tratar de establecer grupos de discusión que promuevan el uso cotidiano de términos matemáticos, las comunidades en las que un niño puede decir "no lineal" y que otros admiran en vez de desanimar.

1.4 Los mentores y comunidades

Si uno trata de aprender una habilidad importante sin un buen mapa conceptual, es probable que uno termine con varias colecciones de secuencias de comandos y de hechos, sin una buena manera de saber cuáles de ellos utilizar, y cuando o cómo encontrar buenas alternativas cuando lo que ha intentado no ha funcionado. Pero, ¿cómo pueden nuestros niños adquirir estos mapas? En los tiempos anteriores a las escuelas modernas, la mayoría de los niños, principalmente aprendieron al ser obligados a trabajar en determinados puestos de trabajo, y terminaron sin competencias generales. Sin embargo, siempre habían niños que de alguna manera absorbían el conocimiento de sus supervisores y habilidades-y siempre había gente que sabía cómo enseñar a los niños que eran aprendices de ellos.

Volveré sobre esto en otra nota acerca de las desventajas de las modernas clases basadas en las edades. La educación hoy en día es más amplia, pero el aprendizaje en sí ya es raro, porque los profesores pocos tienen tiempo suficiente para interactuar con cada uno de sus alumnos. El resultado es que nadie tiene tiempo para tratar a fondo cuestiones como "¿Qué estoy haciendo aquí, y por qué?”¿Qué puedo esperar a que suceda después?" O "¿Dónde y cuándo soy propenso a usar esto?" Sin embargo, ahora podemos abrir nuevas redes a través de las cuales todos los niños puedan comunicarse. Esto significa que podemos comenzar a imaginar, para cada uno de nuestros niños, un adulto competente con el suficiente "tiempo libre" para servir como un mentor o un amigo que le ayude a desarrollar sus proyectos y habilidades. ¿De dónde van a provenir todos esos mentores nuevos? Tal vez el problema se resolverá por sí mismo, porque nuestra esperanza de vida está creciendo rápidamente. La tasa actual de aumento de la longevidad es hoy un año más por cada cuatro, por lo que pronto podríamos tener más personas retiradas que activas!

Por supuesto, cada niño va a ser muy bueno para aprender determinadas formas de pensar, así que también necesitaremos desarrollar formas de emparejar bien "pares de aprendizaje." En efecto, tendremos que desarrollar "servicios de citas intelectuales" para encontrar la personas adecuadas para emular! Desarrollos como estos se pueden mostrar y visualizar con [editores en Internet](http://translate.googleusercontent.com/translate_c?hl=en&ie=UTF8&langpair=en%7Ces&rurl=www.google.com&u=http://www.popularreview.com/&usg=ALkJrhiHmiYEj9dUn9YAuT30-0vwIk-7jg). (www.popularreview.com)

En cualquier caso, ninguna pequeña escuela o comunidad puede enseñar todas las materias, o cubrir las necesidades de las personas cuyas habilidades son atípicas. Si un niño desarrolla un interés especial, es poco probable que cualquier persona de la localidad pueda ser de mucha ayuda en el desarrollo de talentos y habilidades especiales de ese niño. (Tampoco puede una pequeña comunidad ofrecer una gama de recursos para atender a niños con capacidades limitadas.) Sin embargo, con más conexiones globales, será más fácil para llegar a otros con intereses similares, para que cada niño pueda unirse (o forma de ayudar a) un sistema interactivo comunitario que ofrece buenas oportunidades.

(Algunas comunidades existentes encuentran esto difícil de aceptar, porque la mayoría de las culturas se han desarrollado para recompensar a aquellos que piensan sobre los mismos temas de la misma manera como lo hace el resto! Esto planteará problemas difíciles para los niños que desean adquirir nuevas formas de pensar y hacer cosas que sus vecinos y compañeros no lo hacen, y así escapar o salir de las culturas en las que nacieron. Para hacer frente a esto, OLPC tendrá que desarrollar grandes nuevas habilidades de diplomacia)

1.5 Enfatizando la novedad en vez de la servidumbre?

En realidad, me encantó la aritmética en la escuela. Había que sumar una columna de números y esta diversión era porque había muchas maneras diferentes de hacerlo. Se podría buscar aquí y allá y un notar 3 tres y pensar, "que es casi un 10 así que voy a quitar un 1 al 7 y lo convertiré en un 6 y convertir al 9 en un 10." Pero, ¿cómo evitar contar unos dos veces?, usted podría pensar: "Ahora no voy a contar más de 3." ¿Cuántos niños hicieron estas cosas exactamente como se les dijo? Seguramente no aquellos que se convirtieron en ingenieros o matemáticos! Para cuando se usa el mismo procedimiento una vez más, hay pocas posibilidades de aprender algo nuevo, mientras que cada nuevo método que inventar permite nuevas habilidades mentales (como una nueva forma de utilizar su memoria). Por ejemplo, ¿cómo te acuerdas cuando "llevas" el número de 10s de una suma? A veces, mentalmente lo pongo en mi hombro. ¿Cómo uno recuerda un número de teléfono? La mayoría de la gente no tiene demasiados problemas con recordar de un número local de 7 dígitos, pero tiene que conseguir un bolígrafo cuando también hay un código de área. Sin embargo, usted puede aprender a poner mentalmente los otros tres dígitos en su bolsillo o en la oreja izquierda, si usted no tiene un bolsillo!

¿Por qué hay tanta gente reacia a las matemáticas? Tal vez esto ocurre a menudo debido a nuestro modo habitual de enseñar aritmética sólo insistiendo en el uso de ciertas habilidades rígidas, desalentando al mismo tiempo a cada niño de tratar de inventar nuevas maneras de hacer las cosas. De hecho, tal vez deberíamos estudiar este tema cuando queremos descubrir maneras de enseñar a la aversión a las cosas!

1.6 Experiencia negativa

Hay una idea popular de que, con el fin de entender algo bien, lo mejor es hacer las cosas bien desde el principio, porque entonces así nunca cometeremos ningún error. Tendemos a pensar sobre el conocimiento en términos positivos, y sobre los expertos en personas que saben exactamente qué hacer. Pero se podría argumentar que gran parte de la competencia de un experto se deriva de haber aprendido a evitar los errores más comunes. ¿Cuánto de lo que cada persona aprende tiene este carácter negativo? Sería difícil para los científicos para medir esto, porque el conocimiento de una persona acerca de lo que no se debe hacer no se muestran abiertamente en la conducta de ese individuo.

Esta cuestión es importante porque es posible que nuestras acumulaciones mentales de contraejemplos sean más grandes y más poderosas que nuestras colecciones de casos y ejemplos. Si es así, entonces también es posible que la gente pueda aprender más de lo negativo en lugar de desde el refuerzo positivo? Muchos educadores se les ha enseñado que el aprendizaje es más eficaz cuando se presenta de forma agradable y placentera, pero ese descuenta el valor de las frustraciones que experimentan, fracasos y decepciones. Además, muchos sentimientos que consideramos positivos (tales como la belleza, el humor, el placer, y la decisión) puede ser consecuencia de la censura de las ideas de otros, la inhibición de otras actividades, y la supresión de los objetivos más ambiciosos (de modo que, en lugar de ser positivo, esos sentimientos puede que realmente reflejen el funcionamiento del inconsciente de doble negación). Véase la discusión más larga de este en las secciones 1.1 y 9.4 de *La Máquina* de *la Emoción.*

Véase también "Introducción a la Logoworks" en http://web.media.mit.edu/~minsky/papers/Logoworks.html